

# 基于拉普拉斯分布模型的 DCT 域图像水印 视觉可见性评估

伯晓晨, 沈林成, 常文森  
(国防科学技术大学自动化研究所, 湖南长沙 410073)

**摘 要:** 数字水印是数字作品版权保护的重要技术途径之一. 随着数字水印技术的不断应用, 数字水印产品的测评工作已经引起相关信息安全管理部门的高度重视, 建立水印测评理论基础的需求越来越迫切. 视觉可见性是数字水印测评的重要技术指标之一. 本文根据 DCT 交流系数的拉普拉斯分布模型, 对 DCT 域的典型水印嵌入算法的视觉可见性进行了评估, 推导了水印嵌入深度(拉伸系数)与信噪比和峰值信噪比之间的理论关系, 实验结果表明理论估计具有很高的精度, 误差小于 1 分贝.

**关键词:** 数字水印; 视觉可见性评估; 拉普拉斯分布; 信噪比; 峰值信噪比

**中图分类号:** TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 01-0033-04

## Evaluating the Visibility of Image Watermarking in the DCT Domain Based on Laplacian Model

BO Xiao-chen, SHEN Lin-cheng, CHANG Wen-sen

(Institute of Automation, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract:** Digital watermarking is a key technique for protecting intellectual property of digital media. As a number of methods have been proposed in recent years to embed watermarks in images for various applications, evaluation of watermarking algorithms becomes more and more important. Watermark visibility, which can be measured by signal to noise ratio (SNR) or peak signal to noise ratio (PSNR), is one of the major performance indexes of watermarking algorithms. In this paper, based on the Laplacian distribution model of AC DCT coefficients, we deduce theoretical relationship between the scaling parameter in some typical watermarking algorithms and the degradation of watermarked images. Experimental results show that the evaluated error of SNR and PSNR is less than 1 dB.

**Key words:** digital watermark; evaluation of the visibility; Laplacian distribution; signal to noise ratio; peak signal to noise ratio

### 1 引言

在数字媒体版权保护的需求牵引下, 数字水印技术自 1995 年以来逐渐成为信息科学中最活跃的研究方向之一, 形形色色的数字水印算法层出不穷, 面向各种应用的水印产品也方兴未艾. 作为一种特殊的信息安全技术, 数字水印的应用领域往往是关系国计民生的要害部门(如国家数字图书馆), 其最终应用形式是可供司法鉴定的技术证据. 因此, 同密码类产品一样, 对各种数字水印算法的安全性必须给出客观准确的评价和适用性指标. 随着水印软件产业化进程的加快, 越来越多的水印类产品在不同领域得到了应用, 由于缺乏权威的测评方法, 用户对这些产品难分良莠. 数字水印产品的测评工作已经引起相关信息安全管理部门的高度重视, 建立水印测评理论基础的需求越来越迫切.

视觉可见性(或者说含水印图像的质量)是数字水印用户

特别关心的问题之一, 也是数字水印测评的重要技术指标. 虽然从直观上讲, 图像质量随着水印嵌入深度的增加而降低, 但由于数字图像的质量直接关系其商业价值, 所以对嵌入水印所导致的质量损失必须有一个科学的、定量的估计. 在图像压缩中, 信噪比是客观评价图像质量的常用指标之一, 这个指标对于数字水印也同样适用.

本文针对典型的分块 DCT 域数字水印算法, 采用 Lam 提出的 DCT 交流系数的拉普拉斯(Laplacian)分布模型<sup>[1]</sup>, 建立了水印嵌入深度与信噪比和峰值信噪比的理论关系, 实验结果表明所得到的理论估计公式具有相当高的精度.

### 2 DCT 域扩频水印算法

#### 2.1 Cox 的扩频水印算法

早期的图像信息隐藏技术多采用空域上的最低有效位(LSB, Least Significant Bits)算法, 这种方法可以隐藏大量的数

据,但其鲁棒性很差,无法满足版权保护水印的要求.在文献[2]中,Cox等提出了“扩展频谱”数字水印算法,将水印信息隐藏在图像的DCT变换域中.这种方法不仅具有隐蔽性好和鲁棒性强的特点,而且易于兼容JPEG、MPEG等压缩标准.以Cox的工作为起点,扩频方法逐渐成为数字水印研究中的主流之一,不仅在DCT域上得到了多方面的改进,而且还衍生出小波变换域等其它变换域上的一系列扩频类算法.为了具备典型性,本文主要针对类似Cox经典算法的水印嵌入策略进行理论分析,以下简述文献[2]中的数字水印算法.

设水印信号是长度为 $n$ 的随机序列 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ,其中 $w_i, i = 1, 2, \dots, n$ 在值域 $\{-1, 1\}$ 、 $\{0, 1\}$ 或 $\{0, 1\}$ 上服从均匀分布或高斯分布(本文假定 $w_i$ 服从高斯分布 $N(0, 1)$ ).将需要添加水印的原始图像 $I$ 经DCT变换后得到变换域图像描述 $D = \text{DCT}(I)$ ,取 $D$ 中幅度绝对值最大的 $n$ 个交流系数(AC) $h_1, h_2, \dots, h_n$ 构成宿主序列 $H$ ,按照以下可选的水印嵌入方式

$$h_i = h_i + w_i, i = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$h_i = h_i(1 + w_i), i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$h_i = h_i e^{w_i}, i = 1, \dots, n \quad (3)$$

将水印嵌入 $H$ ,得到 $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ ,其中参数 $\alpha$ 为水印嵌入的深度(或称拉伸系数).以 $H$ 代替 $H$ ,得到新的变换域图像描述 $D$ ,经DCT反变换后得到包含水印的图像 $I = \text{DCT}^{-1}(D)$ .

由于式(1)没有针对图像进行自适应嵌入深度调节,故在近期的文献中已经很少使用.式(3)两边取对数后与式(1)等价,且计算相对复杂,也已不被采用.式(2)是被广为使用的相对深度嵌入方法,也正是本文所要讨论的.

## 2.2 适于JPEG压缩和盲检测的水印嵌入策略

Cox的算法在检测水印时需要原始图像,因此它不是一个盲水印算法.这不仅意味着需要耗费大量的存储资源和计算资源,而且,如果需要认证的数字图像数量很大,那么给定一幅待测图像去查找相应的原图也是很困难的,因为这本身就构成了一个基于内容的图像检索问题.更为严重的是,Craver在1997年提出了著名的“IBM攻击”方法<sup>[3]</sup>,绝大多数在解码时需要原图的数字水印算法都不能抵抗IBM攻击.文献[4]指出,解决IBM攻击的根本途径是使用盲水印算法.Barni在文献[5]中提出将水印信息隐藏在DCT变换域中固定的中频段,以便在没有原始图像时仍能确定水印隐藏的位置,从而将Cox的算法发展成盲水印算法.

另外,Cox算法是对整幅图像的DCT变换进行水印处理,为了兼容JPEG压缩标准,大多数的改进算法均将水印隐藏在 $8 \times 8$ 分块DCT变换域中.

本文讨论的算法是将水印按式(2)隐藏在 $8 \times 8$ 分块DCT变换固定的低频系数中,既兼容了JPEG压缩标准,又满足了盲检测的需要.

## 3 DCT交流系数的统计分布模型

### 3.1 DCT交流系数统计分布的实验验证

由于图像的最优化依赖于图像的统计分布模型,所以

为了形成以JPEG为代表的完整的DCT变换域图像压缩方法,学术界对自然图像DCT交流系数的统计分布模型进行了多年的研究.其方法主要是采用典型分布去拟合典型图像DCT交流系数的经验分布,并通过拟合优度检验判断模型的准确性.

Pratt认为DCT变换的交流系数服从高斯分布<sup>[6]</sup>,Reininger和Gibson采用Kolmogorov-Smirnov拟合优度检验验证了图像DCT交流系数服从拉普拉斯(Laplacian)分布<sup>[7]</sup>,Joshi和Fischer采用零均值广义高斯分布(GGD, General Gauss Distribution)拟合DCT交流系数<sup>[8]</sup>,其概率密度函数为

$$f_{\text{GGD}}(x) = \frac{\Gamma(\frac{\alpha+1}{2})}{2 \Gamma(\frac{\alpha}{2})} \exp\{-\Gamma(\frac{\alpha}{2}) |x|^\alpha\}$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数,正实数 $\alpha$ 为形状参数. $\alpha = 1$ 时, $f_{\text{GGD}}(x)$ 退化为拉普拉斯分布,而 $\alpha = 2$ 时, $f_{\text{GGD}}(x)$ 为高斯分布.文献[9]采用广义高斯分布对170张图像的整幅DCT变换交流系数的分布进行拟合,得到形状参数 $\alpha$ 的估计值为 $\hat{\alpha} = 0.958$ ,其统计模型非常接近拉普拉斯分布.文献[8]对CCITT的几幅典型图像进行分块DCT变换,并根据其能量进行分类,而后采用极大似然方法得到形状参数 $\alpha$ 的估计值 $\hat{\alpha}$ 大多集中在1到2之间,这说明分块DCT变换交流系数的统计分布模型接近拉普拉斯分布.

### 3.2 DCT交流系数统计分布模型的理论证明

虽然3.1节中罗列的若干试验结果为DCT变换域图像压缩及数字水印算法的设计提供了重要依据,但对各种模型的理论阐释一直以来却少有研究.从理论上推导DCT系数的统计分布不仅可以解释“为什么自然图像的DCT系数会有这样的分布?”的问题,更为重要的是,其推导的结果构成了图像空域和DCT域定量的理论联系,这对于数字水印视觉可见性的评估尤其具有重要的理论指导意义.

为了深入研究图像空域变化对DCT系数统计分布的影响,Lam和Goodman在文献[1]中采用了一种简洁的双重随机模型,在对图像局部方差统计分布的合理假设下证明了DCT系数的Laplacian分布模型,这也是本文的理论起点,以下简述Lam的证明.

考虑到对图像边界的整补,不失一般性可假定原始图像 $I$ 的大小为 $8m \times 8n$ ,按与JPEG兼容的方式将 $I$ 互不重叠地分割成 $m \times n$ 个子块,顺序排列后构成图像子块的集合 $\{I_1, I_2, \dots, I_{m \times n}\}$ ,经分块DCT变换后形成DCT域的子块集 $\{V_1, V_2, \dots, V_{m \times n}\}$ ,其中 $V_i = \text{DCT}(I_i), i = 1, 2, \dots, m \times n$ .由于DCT为准最优变换,故可认为 $V_i$ 内各交流系数统计独立,由中心极限定理可假设各子块交流系数服从零均值高斯分布,其方差决定于相应图像块的亮度方差 $\sigma_i^2$ <sup>[6]</sup>,概率密度函数为

$$f(V_i(x, y) / \sigma_i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-V_i(x, y) / 2 \sigma_i^2), \quad x, y = 1, 2, \dots, 7 \quad (4)$$

对于自然图像而言,亮度变化平缓的子块占绝大多数,只有在边缘或粗纹理的地方才呈现出较大的方差.基于这样认识,Lam假设处于某值域的子块方差出现的概率随其取值的

增大而减小,进而假定  $\sigma_i^2$  服从指数分布,即

$$f(\sigma_i^2) = e^{-\sigma_i^2} \quad (5)$$

则整个分块 DCT 变换域交流系数的统计分布为

$$f(V(x, y)) = \int_0^{\infty} f(V(x, y)/\sigma_i^2) f(\sigma_i^2) d(\sigma_i^2) \quad (6)$$

将式(4)、(5)代入式(6)可推出分块 DCT 变换域交流系数服从拉普拉斯分布

$$f(V(x, y)) = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma_i} e^{-\sqrt{2}|V(x, y)|/\sigma_i} \quad (7)$$

其中标准差

$$\sigma_i = 1/\sqrt{v} \quad (8)$$

## 4 水印嵌入深度与图像质量的关系

### 4.1 DCT 域方差与空域方差的关系

本文的工作建立在 3.2 节所述的拉普拉斯模型基础上,同时认为数字水印相对于原始图像信号而言是微弱信号,其嵌入过程没有改变 DCT 域统计分布的形式,只改变了分布模型的参数。一般来说,为了不引起图像亮度的变化,所嵌入的水印信号均为对称分布,所以可以认为 DCT 交流系数的均值没有改变,所改变的只有方差。为了讨论水印嵌入过程对图像质量的影响,首先要建立图像亮度方差与相应 DCT 交流系数方差的理论关系。

考虑图像的子块集合  $\{I_1, I_2, \dots, I_m \times n\}$ , 每一图像块的平均亮度为  $\mu_i = E(I_i)$ , 则图像  $I$  的平均亮度为

$$\mu_I = E(I) = E(\mu_i), i = 1, 2, \dots, m \times n$$

亮度方差为

$$\sigma_I^2 = E(I^2) - [E(I)]^2 = E[E(I_i^2)] - \mu_I^2 \quad (9)$$

对每一个图像子块,有  $\sigma_i^2 = E(I_i^2) - \mu_i^2$ , 代入式(9)得到

$$\sigma_I^2 = E(\sigma_i^2 + \mu_i^2) - \mu_I^2 = E(\sigma_i^2) + E(\mu_i^2) - \mu_I^2 \quad (10)$$

由图像子块方差  $\sigma_i^2$  的指数分布假设有

$$E(\sigma_i^2) = 1/\nu \quad (11)$$

将式(8)、式(11)代入式(10)得到

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{\nu} + E(\mu_i^2) - \mu_I^2 \quad (12)$$

其中  $E(\mu_i^2) - \mu_I^2 = E(\mu_i^2) - E^2(\mu_i)$  为各子块亮度均值的统计方差,设为  $\sigma_\mu^2$ , 则式(12)可写为

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{\nu} + \sigma_\mu^2 \quad (13)$$

由于水印嵌入在 DCT 交流系数中,根据 DCT 反变换的定义式可知各图像子块的平均亮度  $\mu_i$  在水印嵌入前后保持不变,故  $\sigma_\mu^2$  只依赖于原始图像,图像空域方差的变化只与其 DCT 系数的方差变化有关。

### 4.2 图像信噪比和峰值信噪比的 DCT 域描述

从空域上看,水印嵌入过程实际上是引入了某种噪声,目前水印研究中对这种图像降质的度量均借鉴图像压缩中的方法,即通过信噪比或峰值信噪比来衡量嵌入水印后图像的质量。设经过水印处理后引入了噪声信号  $n$ , 即  $I = I + n$ , 则定义信噪比(SNR)和峰值信噪比(PSNR)为

$$SNR(\text{dB}) = 10\lg(\sigma_i^2/\sigma_n^2) \quad (14)$$

$$PSNR(\text{dB}) = 10\lg(255^2/\sigma_n^2) \quad (15)$$

由式(13)得

$$\frac{1}{\nu} = \sigma_I^2 - \sigma_\mu^2 = \frac{\sigma_i^2}{\nu} - \sigma_\mu^2 \quad (16)$$

将式(16)代入定义式(14)和(15),得到图像信噪比和峰值信噪比的 DCT 域描述

$$SNR = 10\lg(\sigma_i^2/(\frac{\sigma_i^2}{\nu} - \sigma_\mu^2)) \quad (17)$$

$$PSNR = 10\lg(255^2/(\frac{\sigma_i^2}{\nu} - \sigma_\mu^2)) \quad (18)$$

### 4.3 水印嵌入深度对图像质量的影响

考虑按照式(2)嵌入水印。由  $V$  的拉普拉斯分布假设,得到嵌入水印后 DCT 交流系数的方差为

$$\sigma_V^2 = (1 + \sigma_n^2) \sigma_i^2 \quad (19)$$

将式(13)、(19)代入式(17)、(18)得到

$$SNR = 10\lg \frac{\sigma_i^2}{\sigma_V^2} - 10\lg(\frac{\sigma_i^2}{\sigma_V^2} - \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_V^2}) - 20\lg \quad (20)$$

$$PSNR = 20\lg 255 - 10\lg(\frac{\sigma_i^2}{\sigma_V^2} - \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_V^2}) - 20\lg \quad (21)$$

式(20)和(21)表明,对同一幅图像来说,信噪比和峰值信噪比随嵌入深度的增加按负对数速率下降,对不同的图像来说,图像质量还依赖于原图像亮度的方差  $\sigma_i^2$  和图像子块亮度均值的方差  $\sigma_\mu^2$ 。一方面,图像亮度的动态范围越宽,亮度方差  $\sigma_i^2$  越大,水印能见度越低;另一方面,图像内容越复杂、亮度分布越不均匀,相应的  $\sigma_\mu^2$  越大,水印嵌入对图像质量的损失也就越小。这些结论与我们直观上的感觉是非常一致的。

## 5 实验结果

取测试图像“cameraman”(256 × 256 × 256)每一 8 × 8 子块的 9 个最低频系数(按“之”字形顺序排列)构成宿主序列。按照式(2)嵌入水印,图 1(a)和图 1(b)分别是对信噪比和峰值信噪比的理论估计和实际计算结果,表 1 和表 2 是相应的实验数据。

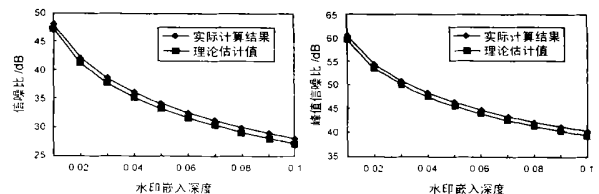


图 1 水印嵌入深度对图像质量的影响

表 1 信噪比的理论估计和实际计算值

水印嵌入深度	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	1.00
实际计算信噪比(dB)	48.15	42.13	38.60	36.10	34.17	32.58	31.24	30.08	29.06	28.15
理论估计信噪比(dB)	47.26	41.24	37.72	35.22	33.28	31.70	30.36	29.20	28.18	27.26

表 2 峰值信噪比的理论估计和实际计算值

水印嵌入深度	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	1.00
实际计算峰值信噪比(dB)	60.38	54.36	50.84	48.34	46.40	44.82	43.48	42.32	41.30	40.38
理论估计峰值信噪比(dB)	59.50	53.48	49.95	47.46	45.52	43.93	42.59	41.43	40.41	39.50

试验结果表明理论估计结果不仅很好地反映了图像信噪比和峰值信噪比随水印嵌入深度的变化趋势,而且具有较高的估计精度,误差在 1 分贝以内。此外,从实验数据上可以看出,理论估计值始终小于实际计算值,这说明依据拉普拉斯模

型的信噪比和峰值信噪比估计是保守估计,因此在水印算法测评中可以回答诸如“若使用某个深度嵌入水印,则信噪比不会小于多少?”的问题。

误差产生的主要原因主要有两个。其一是拉普拉斯分布与自然图像 DCT 交流系数的真实分布之间有一定的距离。如果采用具有两个参数的零均值广义高斯分布作为前提假设,理论估计的精度会进一步提高。当然,广义高斯分布复杂的数学表达也肯定会增加理论推导的困难。其二是实际嵌入水印时没有使用全部 DCT 交流系数。影响方差的主要是大幅值系数,一般来说大幅值系数集中在中、低频。选择低频系数作为宿主序列必然忽略了少数处于中、高频段的大幅值系数,导致估计误差。

## 6 结论

本文研究了在拉普拉斯分布假设下 DCT 域数字水印嵌入深度与图像信噪比和峰值信噪比的理论关系,得到了实用的数字水印视觉可见性评估公式。注意到拉普拉斯分布是广义高斯分布的一个特例,本文的研究还为基于广义高斯分布模型的更一般的水印测评理论提供了有益的研究思路。

### 参考文献:

- [ 1 ] E Y Lam J W Goodman. A Mathematical Analysis of the DCT Coefficient Distributions for Images [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(10): 1661 - 1666.
- [ 2 ] I J Cox J Kilian, T Leighton, T Shanon. Secure Spread Spectrum Watermarking for Multimedia [J]. IEEE Trans. On Image Processing, 1997, 6(12): 1673 - 1687.
- [ 3 ] S Craver, N Memon, B Yeo, M Yeung. Can Invisible Watermarks Resolve Rightful Ownerships? [A]. SPIE Electronic Imaging: Storage and Retrieval of Image and Video Databases [C], 1997.
- [ 4 ] Wenjun Zeng, Bede Liu. A Statistical Watermark Detection Technique Without Using Original Images for Resolving Rightful Ownership of Digital Images [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1999, 8(11): 1534 - 1548.
- [ 5 ] M Barni, F Bartolini, V Cappellini, A Piva. A DCT-Domain System for Robust Image Watermarking [J]. Signal Processing, 1998, 66(3): 357 - 372.
- [ 6 ] W K Pratt, Digital Image Processing [M]. New York: Wiley, 1978.
- [ 7 ] R C Reininger, J D Gibson. Distributions of the two-dimensional DCT Coefficients for Images [J]. IEEE Trans. On Communications, 1983, COM-31(6): 835 - 839.
- [ 8 ] R J Joshi, T R Fischer. Comparison of Generalized Gaussian and Laplacian Modeling in DCT Image Coding [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1995, 2(5): 81 - 82.
- [ 9 ] M Barni, F Bartolini, V Cappellini, A Piva. Statistical Modeling of Full Frame DCT Coefficients [A]. Proceedings of EUSIPCO '98 [C]. Rhodes, Greece: EUSIPCO, 1998. 1513 - 1516.

### 作者简介:



**伯晓晨** 男, 1973 年生于天津, 1999 年在国防科技大学自动控制系统获硕士学位, 现为国防科技大学自动化研究所博士研究生, IEEE 学生会会员, 研究方向为图像处理、模式识别。e-mail: boxiaoc@163.com



**沈林成** 男, 1965 年生于江苏吴江, 1994 年在国防科技大学自动控制系统获博士学位, 现为国防科技大学教授, 博士生导师, 研究方向为人工智能、图像处理。